MÉTODO DE VARIAÇÃO DAS CONSTANTES ARBITRÁRIAS

Resolução da equação linear completa:

$$y^{(n)}+a_1(x)\,y^{(n-1)}+a_2(x)\,y^{(n-2)}+\ldots+a_{n-1}(x)\,y'+a_n(x)\,y=f(x)$$

(1) Determinação da solução geral da equação homogénea correspondente, $\left[f(x)\equiv 0\right]$:

$$y_h=c_1y_1+c_2y_2+\ldots+c_ny_n$$

(2) Determinação duma solução particular da equação:

(**2.1)** $y_p=c_1(x)\,y_1+c_2(x)\,y_2+\ldots+c_n(x)\,y_n$

(As funções $c_1(x),\ c_2(x),\ \ldots\ ,\ c_n(x)$, a determinar resultam da variação das constantes arbitrárias em y_h)

(**2.2)** Resolução do sistema:

$$\begin{cases} c_1'y_1+c_2'y_2+\ldots+c_n'y_n=0\\ c_1'y_1'+c_2'y_2'+\ldots+c_n'y_n'=0\\ c_1'y_1''+c_2'y_2''+\ldots+c_n'y_n''=0\\ \qquad\ldots\\ c_1'y_1^{(n-1)}+c_2'y_2^{(n-1)}+\ldots+c_n'y_n^{(n-1)}=f(x)\end{cases}$$, determinando $c_1'(x),\ c_2'(x),\ \ldots\ ,\ c_n'(x)$.

O sistema, resulta da substituição de y_p na equação diferencial e da imposição de $n-1$ condições.

(**2.3)** Por primitivação obtém-se $c_1(x),\ c_2(x),\ \ldots\ ,\ c_n(x)$ e a solução particular y_p.

(3) $y=y_h+y_p$

<u>*Observação:*</u> Com a equação na forma $a_0(x)\,y^{(n)}+a_1(x)\,y^{(n-1)}+\ldots+a_n(x)\,y=f(x)$ e $a_0(x)\neq 1$, a aplicação do método só se pode fazer depois de dividir ambos os membros da equação por $a_0(x)$.

<u>*Caso Particular:*</u> Para a equação de 2ª ordem, $y''+a_1(x)\,y'+a_2(x)\,y=f(x)$ tem-se:

(1) $y_h=c_1y_1+c_2y_2$

(2) (**2.1)** $y_p=c_1(x)\,y_1+c_2(x)\,y_2$

(**2.2)** $\begin{cases} c_1'y_1+c_2'y_2=0\\ c_1'y_1'+c_2'y_2'=f(x)\end{cases}$